

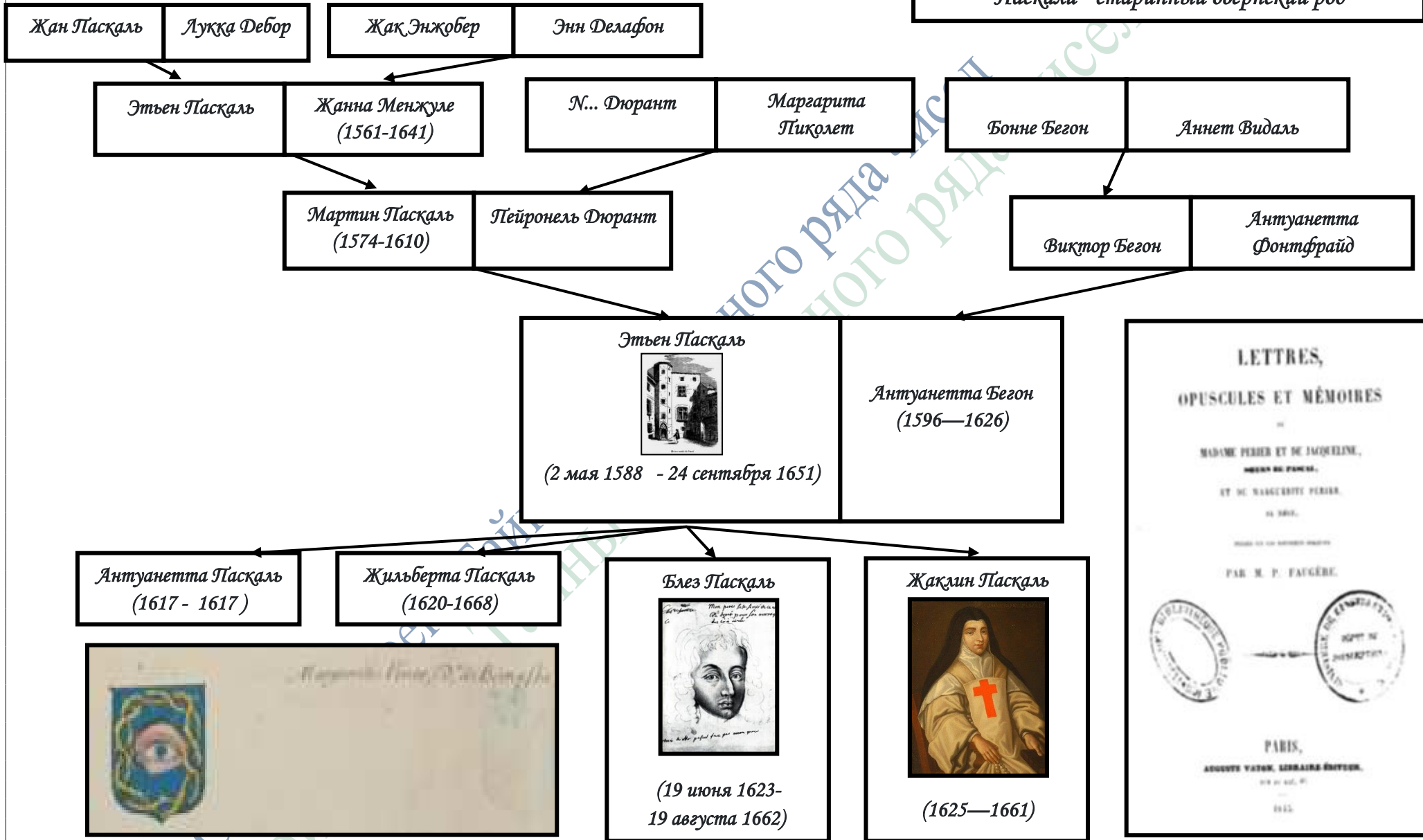
*Обобщение результатов
исследования этапа
"Треугольник Паскаля"*

Сетевой проект Тайны натурального ряда чисел

*Выполнил: учащаяся 10 класса
МБОУ города Владимира "СОШ № 7
имени гвардии капитана В.А. Фёдорова"
Лапина Е. А.
Научный руководитель: учитель математики
Грачёва В. В.*

Лапина Екатерина Алексеевна

Паскали - старинный овернский род



Источники для составления генеалогического древа

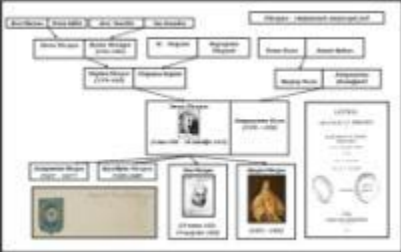

1. Блез Паскаль <https://calcsbox.com/post/blez-paskal.html>
2. Паскаль, Блез https://ru.wikipedia.org/wiki/Паскаль,_Блез
3. Детство в Оверни <http://mathemlib.ru/books/item/f00/s00/z0000018/st001.shtml>
4. Детство в Оверни <http://www.astro-cabinet.ru/library/tapa/pascal1.htm>
5. Паскаль, Этьен https://ru.wikipedia.org/wiki/Паскаль,_Этьен
6. Étienne Pascal https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Pascal_Etienne
7. Паскаль, Жаклин https://ru.wikipedia.org/wiki/Паскаль,_Жаклин
8. Marguerite Périer https://en.wikipedia.org/wiki/Marguerite_Périer (на английском языке)
9. Паскаль 1623—1662 Завещание Блеза Паскаля <https://www.initeh.ru/txt/mpaskal33.shtml>
10. Marguerite PÉRIER osb <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=marguerite&n=perier&oc=7> (на французском языке)
11. Étienne sp PÉRIER <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=etienne+sp&n=perier> (на французском языке)
12. Jacqueline PÉRIER <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=jacqueline&n=perier> (на французском языке)
13. Marie PÉRIER <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=marie&n=perier&oc=4> (на французском языке)
14. Louise PÉRIER <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=louise&n=perier> (на французском языке)
15. Blaise PÉRIER <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=blaise&n=perier> (на французском языке)
16. Martin PASCAL <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=martin&n=pascal> (на французском языке)
17. Jean PASCAL <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=jean&n=pascal&oc=8> (на французском языке)
18. Лукка де Борт <https://gw.geneanet.org/pierfit?lang=en&p=lucque&n=de+bort> (на французском языке)



*Лента времени,
Лента времени,
отражающая биографию и
научную деятельность
Блеза Паскаля*

Выполнил: учащаяся 10 класса
МБОУ города Владимира "СОШ № 7
имени гвардии капитана В.А. Фёдорова"

Лапина Е. А.

Научный руководитель: учитель математики
Грачёва В. В.




№№ поста	Заголовок поста	Авторский текст по теме проектного задания	Изобретения Б. Паскаля	Вклад Б. Паскаля в развитие математики	Дополнительная информация (изображение)
<p>Блез Паскаль – выдающийся математик, физик, механик, философ, литератор. Стоял у истоков основания математического анализа, теории вероятности и проективной геометрии, создал первую счетную машину, прототип современного калькулятора, сформулировал основной закон гидростатики, автор нескольких философских сочинений.</p>					
<p>Хронологический заголовок (Дата или период)</p>					
<p>1. Биографические данные. Детство и юность (1623 – 1635)</p>					
1	Рождение (1623 г.)	<p>Паскаль родился 19.06.1623 во Франции в городе Клермон-Ферран в семье председателя налогового управления Этьена Паскаля и Антуанетты Бегон</p>			
2	Детство (1631 г.)	<p>В 1631 году, Когда маленькому Паскалю было восемь лет, его отец переселился со всеми детьми в Париж, продав по тогдашнему обычаю свою должность и вложив значительную часть своего небольшого капитала в Отель де-Биль.</p>		<p>Самостоятельно доказал теорему Евклида о сумме углов треугольника.</p>	

3	<p>Юность (1640 г.)</p>	<p>В январе 1640 года семья Паскаля переезжает в Руан. Помогает отцу с расчётами в распределении податей, пошлин и налогов.</p>		<p>С шестнадцатилетнего возраста молодой Блез Паскаль также стал принимать деятельное участие в занятиях научного кружка математиков</p>	
<p>2. Биографические данные. «Светский период» (1636 – 1654)</p>					
4	<p>Янсенизм (1646 г.)</p>	<p>В 1646 году познакомился с <u>янсенизмом</u> — религиозное движение в католической церкви XVII-XVIII веков, осуждённое со временем как ересь, переживая своё «первое обращение».</p>			


Сетевой проект «Тайны натурального числа»

5	Смерть отца (1651 г.)	<p>В 1651 году отец, Этьен Паскаль, умер. Младшая сестра, Жаклин, ушла в монастырь Пор-Рояль</p>			
6	Друзья (1636-1654)	<p>Дружил с Маренем Мерсенном и Жераром Дезаргом. В 1654 году между Паскалем и Ферма завязалась переписка, и, не будучи знакомы лично, они стали лучшими друзьями. Самым близким из друзей-аристократов для учёного стал герцог де Роанне, увлекавшийся математикой.</p>		<p>Паскаль одновременно с размышлениями над проблемами, составившими содержание его переписки с Ферма, разрабатывал вопросы комбинаторики. Результатом этого явился «Трактат об арифметическом треугольнике», внесший серьезный вклад в развитие комбинаторики.</p>	
<p>3. Биографические данные. «Последние годы» (1655 – 1662)</p>					

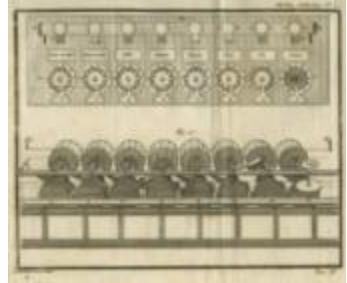
Сетевой проект
Сетевой проект

7	Полумонашеский образ жизни (1655 г.)	Блез Паскаль с 1655 вел полумонашеский образ жизни		<p>В загородном Пор-Рояль совершенно прекращает занятия наукой как греховные. Отныне он становится апологетом янсенизма и отдаёт все силы литературе, направив своё перо на защиту «вечных ценностей». Готовит для «малых школ» янсенистов учебник «Элементы геометрии» с приложениями «О математическом уме» и «Искусство убеждать»</p>	
8	Смерть (1662 г.)	19 августа 1662 года после мучительной продолжительной болезни Блез Паскаль скончался. Похоронен в приходской церкви Парижа Сен-Этьен-дю-Мон.			
4. Математические открытия. Трактаты (1639 – 1665)					
9	«Опыт о конических сечениях» (1639 г.)	В 1640 году выходит первое печатное произведение Паскаля — «Опыт о конических сечениях», результат исследования работ Дезарга - трактат о конических сечениях		<p>Опыт о конических сечениях (Essai pour les coniques, 1639) — теорема Паскаля (третья лемма) о том, что во всяком шестиугольнике, вписанном в эллипс, гиперболу или параболу, точки пересечения трёх пар противоположных сторон лежат на одной прямой. В это сочинение автор включил теоремы (доказательства не приводятся), три определения, три леммы и указал главы планируемого труда, посвящённого коническим сечениям.</p>	



10	«Полный труд о конических сечениях» (1654 г.)	Сформулировал одну из основных теорем проективной геометрии, сообщив о завершении пятнадцать лет спустя « Опыт о конических сечениях »		Этот результат и 400 следствий из него Паскаль изложил в «Полном труде о конических сечениях», который так и не был опубликован, рукопись была утеряна.	
11	Научные труды и письма (1658 г.)	Начал размышлять о задаче, связанной с циклоидой, или рулеткой (от фр. rouler — катить) — кривой, описываемой точкой круга, катящегося по плоскости. Он легко решил множество труднейших задач на вычисление криволинейных площадей и объемов (квадратур и кубатур) и определение центров тяжести образуемых циклоидой тел вращения.	Циклоида	Это замечательное исследование о циклоиде приблизило Паскаля к открытию дифференциального исчисления, то есть анализа бесконечно малых величин. В декабре 1658 года он сочинил «Письмо Амоса Деттонвилля к господину де Каркави», в котором изложил свои результаты и приводящие к ним методы. В следующем году оно пополнилось еще несколькими трактатами, и в печати появляются «Письма Амоса Деттонвилля, содержащие некоторые из его открытий в области геометрии». За короткий период (до лета 1659 г.) он создал ряд превосходных трактатов по циклоиде и проблемам, с нею связанным. Они составили целый том математических трудов, в которых он далеко продвинулся в инфинитезимальных исследованиях (анализ бесконечно малых). Близок был Паскаль и к открытию дифференциального исчисления: именно своей «характеристической треугольника» (бесконечно малый треугольник, образованный дугой кривой и приращениями ординаты и абсциссы) из «Трактата о синусах четверти круга»	

<p>12</p>	<p>«Трактат об арифметическом треугольнике» Работа «О суммировании числовых степеней» (1665 г.)</p>	<p>Работы над теорией вероятностей привели Блеза Паскаля к другому замечательному математическому открытию, он составил так называемый арифметический треугольник, позволяющий заменять многие весьма сложные алгебраические вычисления простейшими арифметическими действиями.</p>	<p>Заложил основы теории вероятностей</p>	<p>Паскаль создаёт Трактат об арифметическом треугольнике (Traité du triangle arithmétique avec quelques autres petits traités sur la même matière, 1654, издан в 1665), где исследует свойства «треугольника Паскаля» и его применение к подсчёту числа сочетаний, не прибегая к алгебраическим формулам. Одним из приложений к трактату была работа «О суммировании числовых степеней», где Паскаль предлагает метод подсчёта степеней чисел натурального ряда.</p>	
-----------	---	---	---	---	---


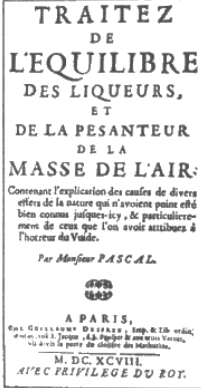

5. Механический период. Паскалина (1642)




<p>13</p>	<p>Суммирующая машина (1642)</p>	<p>Сконструировал (1642) суммирующую машину «Паскалина». В 1645 году Паскаль изготовил модель машины.</p>	<p>Выглядела как ящик, наполненный многочисленными связанными друг с другом шестерёнками. Складываемые либо вычитаемые числа вводились соответствующим поворотом колёс, принцип работы основывался на счёте оборотов.</p>	<p>Изобретённый Паскалем принцип связанных колёс почти на три столетия стал основой создания большинства арифмометров.</p>	
-----------	----------------------------------	---	---	--	--


6. Увлечение физикой(1634-1663)





<p>14</p>	<p>«Трактат о звуках» (1634-1635)</p>	<p>Чтобы найти объяснение звукам, Паскаль провёл серию опытов, результаты которых позднее изложил в «Трактате о звуках»</p>		<p>Трактат был признан сведущими в науках людьми «удивительным и весьма разумным», а его выводы нашли «весьма обоснованным»</p>	
<p>15</p>	<p>«Новые опыты, касающиеся пустоты» (1646-1648)</p>	<p>В 1646 года эксперименты опыты Торричелли убедили в том, что есть возможность получить пустоту, такую, в которой нет ни воздуха, ни паров воды. В «Рассказе о великом эксперименте равновесия жидкостей» (1648) Паскаль привёл свою переписку с зятем.</p>	<p>Сооружен первый тормозных систем, других подобных водяной барометр.</p>	<p>На определении закона Паскаля в физике основана работа гидравлических прессов, тормозных систем, других подобных устройств. На нем базируется основной закон гидростатики.</p>	

Сетевой
Сетевой про...

16	«Трактате о равновесии жидкостей» (1653 г.)	Развивая результаты в области гидростатики в своём «Трактате о равновесии жидкостей» (1653, опубликован в 1663), Паскаль подошёл к установлению закона распределения давления в жидкостях (Закон Паскаля)		<p>На законе Паскаля основано действие гидравлических прессов и других гидростатических машин.</p> <p>Blaise Pascal. Trattati sull'equilibrio dei liquidi e sul peso della massa dell'aria. Borghieri. Турин. 204 с.</p> <p>Blaise Pascal, Traitez de l'Equilibre des Liqueurs et de la Pesanteur de la Masse de l'Air... (Paris, 1664), p. 157. Diagram 1. Diagram 2.</p>	
17	«Трактат о весе массы воздуха» (1663 г.)	Своими работами по теории воздушного давления Паскаль подтвердил предположение Торричелли о существовании атмосферного давления		<p>Traitez de la pésanteur de la masse de l'air, 1663</p>	
7.Философские сочинения (1652-1669)					
18	«Апология христианской религии» (1652 г.)	Ещё около 1652 года Паскаль задумал создать фундаментальный труд — «Апологию христианской религии».		<p>Как философ Блез Паскаль представляет в высшей степени своеобразное соединение скептика и пессимиста с искренно верующим мистиком; отголоски его философии можно встретить даже там, где их менее всего ожидаешь</p>	

19	«Мемориал» или «Амулетом Паскаля» (1654 г.)	Паскаль, пережив мистическое озарение свыше, переписал мысли, набросанные на черновике на кусочек пергамента, который был зашит им в подкладку своей одежды.		Впервые выраженное здесь Паскалем глубинное противоречие науки и веры, философии и теологии огненной чертой пройдет через всю его судьбу.	
20	«Мысли о религии и других предметах» (1669 г.)	В «Мыслях» Паскаль развивает представление о трагичности и хрупкости человека, находящегося между двумя безднами — бесконечностью и ничтожеством.		<p>Сохранилось около тысячи отрывков, различных по жанру, объёму и степени завершённости.</p> <p>Мысли о религии и других предметах (слушать онлайн)</p> <p>АУДИО: https://predanie.ru/paskal-blez-blaise-pascal/mysli/slushat/</p> <p>Паскаль Б. Мысли. — М.: «REFL-book», 1994. — 528 с.</p>	
8. Литературное наследие (1656—1657)					
21	«Письма к провинциалу» (1656—1657)	Полемика с иезуитами отразилась в «Письмах к провинциалу» — серия из восемнадцати писем, опубликованных в 1656—1657		<p>Паскаль сыграл значительную роль в формировании французской классической прозы — блестящий образец, содержащий яростную критику ордена и пропаганду моральных ценностей, излагаемых в духе рационализма</p> <p>Паскаль Блез. Письма к провинциалу. Издательский дом: Port-Royal. 1997. 81 с. Перевод выполнен по изданию: Pascal B. Provinciales. Lettres /, IV et XUL — Paris. Hachette. 1891, p. 147</p>	

9.Идеи для будущего (1662 г.)					
22	«Неожиданно!» (1662 г.)	<p>Паскаль с товарищами основывают первую в мире компанию городского общественного транспорта, изобретая понятие маршрута, фиксированного расписания (кареты отправляются каждые 7.5 минут, вне зависимости от количества клиентов), фиксированной платы (клиент платит одну и ту же сумму, вне зависимости от наполненности кареты), тарифной зоны (четвёртая линия была кольцевой, и тариф там зависел от расстояния). Был издан королевский декрет, разрешающий открытие третьей линии карет.</p>	<p>Омнибус - многоместные пассажирские экипажи были пущены в Париже</p>	<p>Следующая попытка создать общественный городской транспорт будет предпринята через 150 лет.</p>	
10.Цитаты Б. Паскаля (1669 г.)					

23	О Боге и Иисусе Христе (1669 г.)	«Не только невозможно, но и бесполезно знать Бога без Иисуса Христа»			
24	О людях (1669 г.)	«Есть только три разряда людей: одни обрели Бога и служат Ему; эти люди разумны и счастливы. Другие не нашли и не ищут Его; эти люди безумны и несчастны. Третьи не обрели, но ищут Его; эти люди разумны, но пока несчастны»			
25	О Богословии (1669 г.)	«Богословие – это наука. Но сколько в ней одновременно сочетается наук!»			
26	О бессмертии души (1669 г.)	«Вопрос о бессмертии души так бесконечно важен, так глубоко нас затрагивает, что быть безразличным к его решению значит вообще утратить всякое живое чувство»		<p>Наука не оставляет места для Бога? Современная наука заложена людьми, верующими в Бога. Учёные мужи Божьи. Блез Паскаль</p> <p>ВИДЕО: https://www.youtube.com/watch?v=OEdGisORCZE</p>	

Источники

1. Блез Паскаль <https://interesnyefakty.org/blez-paskal/>
2. Блез Паскаль <https://biographe.ru/znamenitosti/blez-paskal>
3. Блез Паскаль <https://calcsbox.com/post/blez-paskal.html>
4. Паскаль, Блез https://ru.wikipedia.org/wiki/Паскаль,_Блез
5. Вклад Паскаля и Ферма в развитие теории вероятностей https://studbooks.net/2193418/matematika_himiya_fizika/vklad_paskalya_ferma_razvitie_teorii_veroyatnostey
6. Вступление в научный кружок Мерсенна (1636) <https://www.initeh.ru/txt/mpaskal09.shtml>
7. Дезарг, Жерар https://ru.wikipedia.org/wiki/Дезарг,_Жерар
8. Треугольник Паскаля - Pascal's https://wikichi.ru/wiki/Pascal%27s_triangle
9. Ферма, Пьер https://ru.wikipedia.org/wiki/Ферма,_Пьер
10. Блез Паскаль (продолжение) https://azbukivedi-istoria.ru/publ/fakty_dostojnye_vnimaniya/blez_paskal_prodolzhenie/7-1-0-546
11. Выставка про Паскаля в BNF <https://green-fr.livejournal.com/768395.html?view=comments>
12. Паскаль 1623—1662 «Опыт о конических сечениях» (1639) <https://www.initeh.ru/txt/mpaskal10.shtml>
13. Суммирующая машина Паскаля https://ru.wikipedia.org/wiki/Суммирующая_машина_Паскаля
14. Математический конкурс на решение шести задач по циклоиде (1658) <https://www.initeh.ru/txt/mpaskal27.shtml>
15. «Трактат о звуках» (1634-1635) <https://www.initeh.ru/txt/mpaskal07.shtml>
16. Блез Паскаль, физик: биография, описание научных открытий, обзор изобретений <https://fb.ru/article/427744/blez-paskal-fizik-biografiya-opisanie-nauchnyih-otkryitiy-obzor-izobreteniy> <https://fb.ru/article/427744/blez-paskal-fizik-biografiya-opisanie-nauchnyih-otkryitiy-obzor-izobreteniy>
17. Pascal <https://mathematics.edwardworthlibrary.ie/applications/pascal/> (на английском языке)
18. Internet Encyclopedia of Philosophy. Blaise Pascal (1623–1662) <https://iep.utm.edu/pascal-b/> (на английском языке)
19. Блез Паскаль Философия сердца и разума Блеза Паскаля https://nowimir.ru/DATA/030025_6_1.htm
20. Blaise Pascal, *Traitez de l'Equilibre des Liqueurs et de la Pesanteur de la Masse de l'Air...* (Paris, 1664), p. 157. Diagram 1. Diagram 2. <https://predanie.ru/paskal-blez-blaise-pascal/mysli/slushat/>
21. Blaise Pascal. Trattati sull'equilibrio dei liquidi e sul peso della massa dell'aria. Boringhieri. Турин. 204 с.
22. Паскаль Б. Мысли. — М.: «REFL-book», 1994. — 528 с.
23. Перье М., Перье Ж., Паскаль Б. Блез Паскаль. Мысли. Малые сочинения. Письма. — М.: АСТ, Пушкинская библиотека, 2003. — 536 с.
24. **Аудио:** Мысли о религии и других предметах (слушать онлайн) <https://predanie.ru/paskal-blez-blaise-pascal/mysli/slushat/>
25. «Письмах к провинциалу» <https://predanie.ru/paskal-blez-blaise-pascal/pisma-k-provincialu/chitat/>
26. Паскаль Блез. Письма к провинциалу. Издательский дом: Port-Royal. 1997. 81 с. Перевод выполнен по изданию: Pascal B. Provinciales. Lettres /, IV et XUL — Paris. Hachette. 1891, p. 147. https://librebook.me/lettres_provinciales/vol5/1
27. Этот день в истории: 1662 год — появился первый общественный транспорт. <https://eadaily.com/ru/news/2018/03/18/etot-den-v-istorii-1662-god-poyavilsya-pervyy-obshchestvennyy-transport>
28. Омнибус — первый общественный транспорт <https://weekend.rambler.ru/read/38913620-omnibus-pervyy-obshchestvennyy-transport/>
29. **Видео:** Наука не оставляет места для Бога? Современная наука заложена людьми, верующими в Бога. Учёные мужи Божьи. Блез Паскаль. <https://www.youtube.com/watch?v=QEdGjsQRCZE>

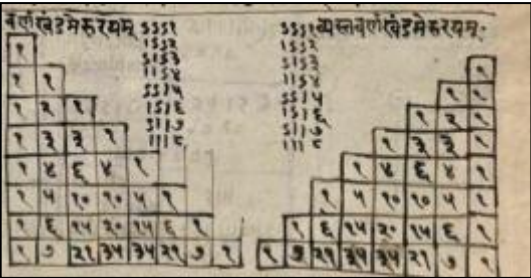

Примеры различных
вариантов изображения
арифметического
треугольника Паскаля

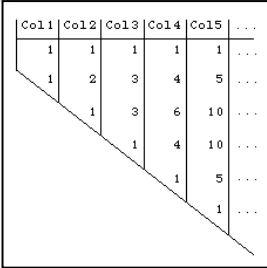

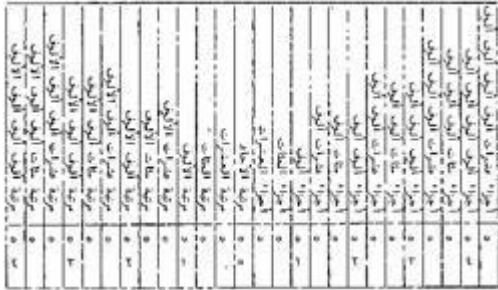

Выполнил: учащаяся 10 класса
МБОУ города Владимира "СОШ № 7
имени гвардии капитана В.А. Фёдорова"

Лапина Е. А.

Научный руководитель: учитель математики
Грачёва В. В.

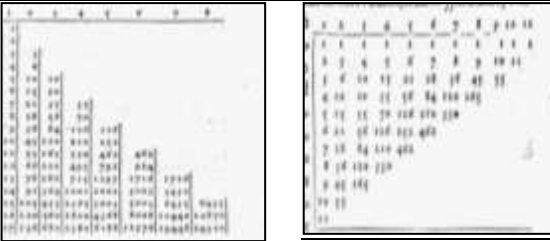
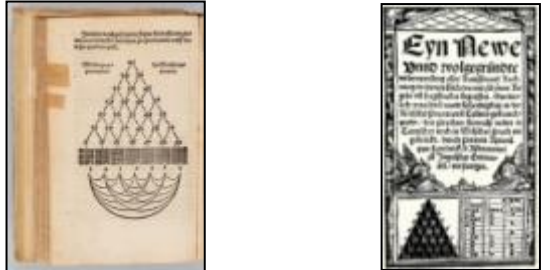

Примеры различных вариантов изображения арифметического треугольника Паскаля

№№	Имя ученого	Страна/ хронологические данные	Научная работа, в которой рассмотрен треугольник	Краткая сравнительная характеристика	Примеры вариантов изображения арифметического треугольника
1	Ачарья Пингала Халаюдха Утпала или Бхаттотпала Брахмагупта	Индия / 150 лет до н. э. / 505 -587 г. до н. э. /1068 г./598- 670 г	«Mṛtasañjīvanī» комментарий к «Чандамшастра» Пингалы (X в.) Сочинение «Брахма-спхута-сиддханта»	Meruprastāra (в переводе с меру): «[=meru-prastāra] [от меру] т. [особое] представление всех возможных комбинаций метра в такой форме, чтобы представить воображаемое сходство с горой, иллюстрирующее представление всех возможных комбинаций метра в облике горы Меру [Индийские исследования Вебера 8, 192. 452-455.] Комментарий Халаюды к трудам Пингалы включает представление треугольника Паскаля (называемого мэрупрастара). В 1068 году четыре столбца первых шестнадцати строк были даны математиком Бхаттотпала. Третья степень разложения бинома представлена в работах Браhmaгупты: «... показывает свое знакомство с некоторыми математическими правилами, одним из которых был способ нахождения числовых значений биномиального коэффициента в табличной форме. Но он не заметил узора, который позже был известен как мерупрастара (или треугольник Паскаля).	
2	Абуль-Вафа Мухаммад ибн Мухаммад аль-Бузджани	Персия / X в.	«О том, чему следует научиться до изучения арифметики», «О том, что нужно знать писцам, дельцам и другим в науке арифметики» (X в.)	Привел таблицу биномиальных коэффициентов, известную ныне как треугольник Паскаля, — придя к этому индуктивным методом. Его доказательство, нельзя назвать доказательством по индукции, тем не менее это числовая и алгебраическая процедура без ссылки на геометрию.	

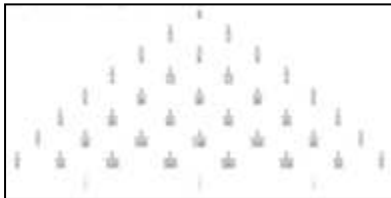
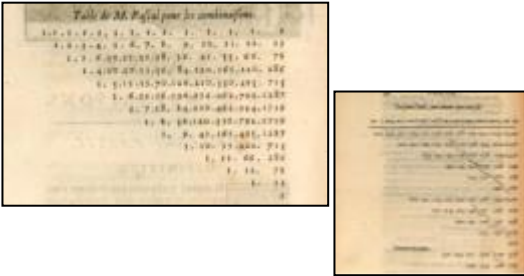
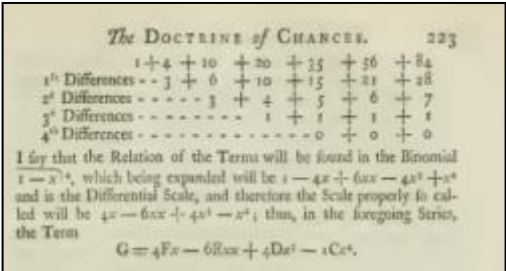
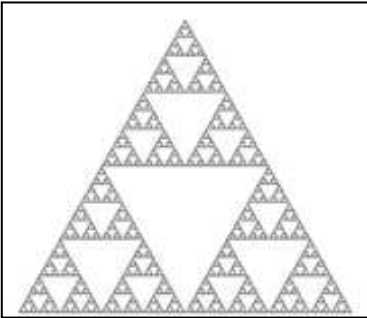
№№	Имя ученого	Страна/ хронологические данные	Научная работа, в которой рассмотрен треугольник	Краткая сравнительная характеристика	Примеры вариантов изображения арифметического треугольника
3	Фахр ад-Дин Абу Бакр Мухаммад ибн ал-Хусайн ал-Караджи	Персия / X в.	Трактат «Достаточная книга об арифметике» (X в.)	В трактате «Достаточная книга об арифметике» ал-Караджи даёт практическое руководство для вычислителей и даёт общую конструкцию треугольника Паскаля. Описал треугольную структуру биномиальных коэффициентов, а также представил математическое доказательство как биномиальной теоремы, так и треугольника Паскаля, используя раннюю форму математической индукции	 
4	Аль-Самаваль аль-Магриби	Персия / XI в.	Математический трактат «Аль-Бахир фил-джабр» («Блестящий в алгебре») (XII в.)	Аль-Самаваль аль-Магриби использовал два основных понятия математической индукции, чтобы расширить результаты для биномиальной теоремы до $n = 12$ и треугольника Паскаля, ранее данного аль-Караджи. Также в этой книге описывает биномиальную теорему, где коэффициенты задаются треугольником Паскаля. Этот метод приписывается аль-Самавалем аль-Караджи и представляет собой единственный сохранившийся отчет об этой замечательной работе . Доказал биномиальную теорему для $n = 3, 4, 7$, описал формулу бинома и нашел для $n = 1; 12$ поместив их в таблицу.	
5	Гийас-ад-Дин Абу-ль-Фатх Омар ибн-Эбрахим Хайям Нишапури, Омар Хайям	Персия / XII в.	Трактат «Трудности арифметики» (XII в.)	В первом математическом трактате, посвященном методу извлечения корней любой степени из целых чисел («методом индийцев»), основанный на знании формулы n -й степени двучлена, описал формулу бинома для натуральных показателей (в 1123 году). Использовал метод поиска корней n -й степени, основанный на биномиальном разложении и, следовательно, на биномиальных коэффициентах. Вероятно, был знаком с этой формулой до высших порядков, хотя многие из его математических работ утеряны.	

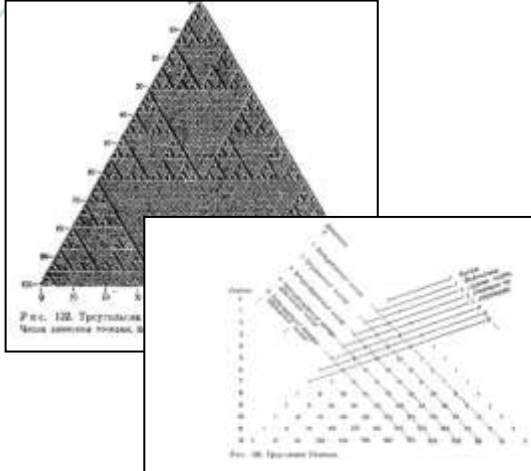
№№	Имя ученого	Страна/ хронологические данные	Научная работа, в которой рассмотрен треугольник	Краткая сравнительная характеристика	Примеры вариантов изображения арифметического треугольника
6	Цзя Сянь (Пиндиншань)	Китай / XI в.	"Объяснение таблиц цепного метода извлечения корней" (XI в.)	Благодаря работам китайцев, математик ЦзяСянь (1010–1070) описал в сочинении "Объяснение таблиц цепного метода извлечения корней биномиальную теорему, биномиальные разложения малых степеней были известны в математических работах. Чжу Шицзе называл этот треугольник «древним способом».	
7	Ян Хуэй	Китай / XIII в.	Трактат «Яшмовое зеркало четырёх первоэлементов» (XIII в.)	Используя треугольное расположение биномиальных коэффициентов на титульном листе своего сочинения "Яшмовое зеркало четырех элементов" (1307) привел арифметический треугольник, в котором записал биномиальные коэффициенты до восьмой степени.	 Сим Янгалла Янтра, треугольник Ян Хуэй и фрактальное изображение треугольника Паскаля.
8	Насир ад-Дин Абу Джафар Мухаммад ибн Мухаммад Туси	Персия / XIII в.	«Сборник по арифметике с помощью доски и пыли» (XIII в.)	Первое дошедшее до нас описание формулы бинома Ньютона содержится в появившейся в 1265 г. книге среднеазиатского математика Туси, где словесно излагает правило образования разности и приводится таблица чисел C_n^k (биномиальных коэффициентов) до $n=12$ включительно, в форме треугольника, аналогичному треугольнику Паскаля. В девятом разделе I части приведена таблица, составленная Туси для коэффициентов бинома и алгоритм для ее составления в форме треугольника. Ему была известна и зависимость между элементами таблицы. В восьмом разделе Туси приводит таблицу для вычисления степеней.	

№№	Имя ученого	Страна/ хронологические данные	Научная работа, в которой рассмотрен треугольник	Краткая сравнительная характеристика	Примеры вариантов изображения арифметического треугольника
9	Гияс-ад-дин Джамшид ибн Масуд аль- Каши	Персия / XV в.	«Ключ арифметики. Трактат об окружности» (XV в.)	Аль-Каши. Биномиальные коэффициенты обсуждались в его «Ключе к арифметике» (состоит из введения и пяти книг (макалат)) около 1425 г. До $n=9$. В 1 книге рассматриваются операции с целыми числами, представляемые в десятичной системе. Большой интерес представляет раздел об извлечении корней при помощи биномиального разложения для положительного целого показателя. Каши развертывает в явном виде «треугольник Паскаля».	
10	Чень Давэй	Китай / XIII, XVI	"Девять глав", изданных в (1261 году) <i>Суанфа Тонь Зонь</i> или "Системный трактат о математике", состоящий из 17 глав (1592 г.)	Задача 4-4, речь в которой идёт о применении "треугольника Паскаля". Традиционные японские математики узнали об этом знаменитом треугольнике, он появлялся и в прокомментированной версии оригинальных китайских "Девяти глав", изданных в 1261 году.	
11	Фудзита Садаскэ	Япония / XVIII	<i>Сэйё: санно</i> : ("Математика в деталях") (1781 г.)	Из книги 1781 года	
12	Никколо Фонтана Тарталья	Италия / XVI в.	Книга «Общее исследование чисел и мер» (1556 г.)	В книге опубликовал шесть строк треугольника. И она также содержит таблицу с биномиальными коэффициентами. В ней коэффициенты разложения степени бинорма расположены вдоль диагонали, соединяющей номера соответствующих строк и столбцов. Таблица была нужна ему для подсчета различных выпадений игральные кости и составлена для $n = 1, 18$.	

№№	Имя ученого	Страна/ хронологические данные	Научная работа, в которой рассмотрен треугольник	Краткая сравнительная характеристика	Примеры вариантов изображения арифметического треугольника
13	Джероламо Кардано		«Opus novum de rationibus» (1570 г.)	Джероламо Кардано в 1570г. опубликовал треугольник, а также добавочные правила мультипликативности для его построения в 1570 году.	
14	Петрус Апиан	Германия / XVI в.	"Космография" Титульный лист учебника арифметики (1527 г.)	Опубликован полный треугольник на фронтиспис книги по бизнес-расчетам в 1527 году. Это первая запись о треугольнике в Европе.	
15	Майкл Штифель	Германия / XVI в.	Труд «Полная арифметика» («Arithmetica integration») (1544 г.)	Опубликовал часть треугольника (от второй до средней колонки в каждой строке) в 1544 году. Для более высоких корней он задает «треугольник Паскаля» Многомерное обобщение куба используется Штифелем в 1553 году для иллюстрации формулы бинома, которую он формулирует для любого натурального показателя. Приводит таблицы биномиальных коэффициентов, где каждый элемент образуется как сумма элементов предыдущей строки, стоящих над ним и слева от него. Ввел термин «бином коэффициент» и показал, как использовать их, чтобы выразить в терминах, с помощью «треугольника Паскаля».	

№№	Имя ученого	Страна/ хронологические данные	Научная работа, в которой рассмотрен треугольник	Краткая сравнительная характеристика	Примеры вариантов изображения арифметического треугольника
16	Джон Валлис	Англия/ XVII в.	«Трактат по алгебре» (1685 г.)	В трактате Дж. Валлис вплотную подошел к открытию биномиального ряда. Результаты его исследований подготовили почву для расширения понятия степени бинорма на дробные, а затем и отрицательные показатели степени, выполненные позже Ньютоном	 
17	Исаак Ньютон	Англия/ XVII в.	Письма Королевскому Математическому Обществу (июнь и октябрь 1676) с сообщением о том, что результаты получены в 1665-1666 г.г.	Письма Королевскому Математическому Обществу (июнь и октябрь 1676) с подробным описанием этого и некоторых других результатов и путей их получения. В частности, Ньютон сообщает, что соответствующие результаты были получены им еще до чумы 1665-1666.г. Он сделал первое значительное математическое открытие: биномиальное разложение для произвольного рационального показателя (включая отрицательные), а через него пришёл к своему главному математическому методу — разложения функции в бесконечный ряд.	
18	Блез Паскаль	Франция / XVII в.	Traité du triangle arithmétique (Трактат об арифметическом треугольнике)(1654.)	Блез Паскаль всесторонне изучил одноименный треугольник в своей работе Traité du Triangle Arithmétique. Его арифметической работе над треугольником (1654; опубликовано в 1665 году). Паскаля треугольник – таблица чисел, являющихся биномиальными коэффициентами.	 

№№	Имя ученого	Страна/ хронологические данные	Научная работа, в которой рассмотрен треугольник	Краткая сравнительная характеристика	Примеры вариантов изображения арифметического треугольника
19	Готфрид Вильгельм Лейбниц	Англия/ XVII в.	«Новая система природы» (Système nouveau de la nature) (1695 г.)	В то время как каждая запись в треугольнике Паскаля является суммой двух записей в приведенной выше строке, каждая запись в треугольнике Лейбница представляет собой сумму две записи в строке под ней. Например, в 5-й строке запись (1/30) представляет собой сумму двух (1/60) в 6-й строке..	
20	Пьер Раймон де Монмор	Франция / XVII в.	Журнал Philosophical Transactions Книга о вероятности и азартных играх «Очерк анализа опасностей» (Essay d'analyse sur les jeux de hazard) (1708 г.)	Статья Essay d'analyse sur les jeux de hazard была опубликована в журнале Philosophical Transactions, в которой, как и де Муавр, обобщил замечательную биномиальную теорему Ньютона в полиномиальную теорему. Использовано много разновидностей треугольных таблиц для решения различных задач.	
21	Абрахам де Муавр	Франция/ XVII в.	Учебник по теории вероятностей «Доктрина шансов: метод вычисления вероятностей событий в игре» (1718 г.)	Авраамом де Муавр (1730), его название «Арифметический треугольник Паскаля» стало современным западным названием. Вскоре после публикации статьи Пьер Раймон де Монмор в журнале Philosophical Transactions, де Муавр также обобщил замечательную биномиальную теорему Ньютона в полиномиальную теорему в «Доктрина шансов: метод вычисления вероятностей событий в игре»	
22	Вацлав Франциск Серпинский	Польша / XX в.	Первый том «Математического анализа» в двух частях (1916-1917 г.г.)	Представляет собой фрактал привлекательный фиксированный набор с общей формой равносторонний треугольник, разделенный рекурсивно на меньшие равносторонние треугольники. Первоначально построенный в виде кривой, это один из основных примеров самоподобных множеств, т. е. представляет собой математически сгенерированный узор, воспроизводимый при любом увеличении или уменьшении.	

№№	Имя ученого	Страна/ хронологические данные	Научная работа, в которой рассмотрен треугольник	Краткая сравнительная характеристика	Примеры вариантов изображения арифметического треугольника
23	Мартин Гарднер	США/ XX в.	<p>Книга "Математические новеллы"</p> <p>«Нескучная математика: Калейдоскоп головоломок» (XX в.)</p>	<p>Мартин Гарднер пишет в книге "Математические новеллы": «Треугольник Паскаля так прост, что выписать его сможет даже десятилетний ребенок. В то же время он таит в себе неисчерпаемые сокровища и связывает воедино различные аспекты математики, не имеющие на первый взгляд между собой ничего общего. Столь необычные свойства позволяют считать треугольник Паскаля одной из наиболее изящных схем во всей математике» (ГЛАВА 17. Неисчерпаемое очарование треугольника Паскаля)</p>	

Сетевой проект Тайны естественных наук
Сетевой проект Тайны естественных наук

Ссылки на источники:

1. Пингала: <https://wikichi.ru/wiki/Pingala>
2. Halayudha – Halayudha <https://wikichi.ru/wiki/Halayudha>
3. Брахмагупта <https://ru.wikipedia.org/wiki/Брахмагупта>
4. Из истории развития биномиальной и полиномиальной теорем. А. Е. Малых
Е. И. Янкович. [Текст] научной статьи по специальности «Математика» ВЕСТНИК ПЕРМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА 2013 Математика. Механика. Информатика. Вып. 1(13).
5. Meruprastara, Meruprastāra, Meru-prastara: 3 definitions
<https://www.wisdomlib.org/definition/meruprastara> (на английском языке)
6. Students' Britannica India Volume Six selected essays Encyclopædia Britannica (India) Pvt. Ltd. New Delhi, India 200. 421 с.
<https://books.google.ru/books?id=xzljvnQ1vAC&lpg=PA328&ots=BiOsPQBaNU&dq=%D0%BC%D1%8D%D1%80%D1%83%D0%BF%D1%80%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%80%D0%B0&hl=ru&pg=PA328#v=twopage&q=%D0%BC%D1%8D%D1%80%D1%83%D0%BF%D1%80%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%80%D0%B0&f=true>
Стр. 328 (на английском языке)
7. Варахамихира <https://wikichi.ru/wiki/Varāhamihira#Combinatorics>
8. Утпала или Бхатотпала [https://wikichi.ru/wiki/Utpala_\(astronomer\)](https://wikichi.ru/wiki/Utpala_(astronomer))
9. История математики. От счетных палочек до бесчетных вселенных Манкевич Ричард
7. Дом Мудрости. Стр. 11 <https://math.wikireading.ru/htkzAf6i2F>
10. Абуль-Вафа Мухаммад ибн Мухаммад аль-Бузджани https://ru.wikipedia.org/wiki/Абу-ль-Вафа_аль-Бузджани
11. Абу Бакр аль-Караджи https://ru.wikipedia.org/wiki/Абу_Бакр_аль-Караджи
12. Аль Караджи <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Karaji/>
(на английском языке)
13. Al Karaji <https://alchetron.com/Al-Karaji>
14. Аль-Самавал аль-Магриби - Al-Samawal al-Maghribi
https://wikiboard.ru/wiki/Al-Samawal_al-Maghribi
15. Ibn Yahya al-Maghribi Al-Samawal <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Samawal/>
(на английском языке)
16. Аль-Самаваль аль-Магриби - Al-Samawal al-Maghribi Аль-Самаваль аль-Магриби -
https://ru.qaz.wiki/wiki/Al-Samawal_al-Maghribi
17. Омар Хайям https://ru.wikipedia.org/wiki/Омар_Хайям
18. Хайям: Глезер Г. И. История математики в школе. VII—VIII классы. —
М.: Просвещение, 1982. — 240 с.
https://www.mathedu.ru/text/glezyer_istoriya_matematiki_v_shkole_7-8_klassy_1982/p5/
(страницы: 120, 138, 140 -143)
19. Математика на средневековом Востоке <https://leksiopedia.org/lek-22956.html>
20. Цзясянь (Пиндиншань) [https://ru.wikipedia.org/wiki/Цзясянь_\(Пиндиншань\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Цзясянь_(Пиндиншань))
21. Ян Хуэй https://ru.wikipedia.org/wiki/Ян_Хуэй
22. Клещев Д.С. — Математика гармонии и многообразия Вселенной // Genesis: исторические исследования. — 2012. — № 2. — С. 50 - 107. DOI: 10.7256/2306-420X.2012.2.377 URL: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=377
23. Чжоу би суань цзин https://ru.wikipedia.org/wiki/Чжоу_би_суань_цзин

24. Christopher Cullen. Astronomy and Mathematics in Ancient China: The 'Zhou Bi Suan Jing', Cambridge University Press, 2007. ISBN 0521035376 Кристофер Каллен. (Астрономия и математика в Древнем Китае: "Чжоу Би Суан Цзин")
<https://avserzhen.files.wordpress.com/2016/06/astronomy-and-mathematic-in-ancient-china.pdf>
(из китайских книг, переведенных на английский язык)

25. Насир ад-Дин Абú Джафар Мухáммад ибн Мухáммад Туси
https://ru.wikipedia.org/wiki/Насир_ад-Дин_Туси (стр. 9, 13)
26. О математических работах Насиреддина Туси Али Бабаев Институт Математики и Механики НАН Азербайджана. Санкт-Петербург. 04 июня 2015
https://forany.xyz/ax/d1/1/a246/nasireddin_tusi.pdf
27. Математика народов Средней Азии, Ближнего и Среднего Востока.
<https://izlov.ru/docs/100/index-21.html>
28. Ал-Каши, Г.Д. Ключ арифметики. Трактат об окружности [Текст] / пер. Б.А.Розенфельда, комментарии А.П. Юшкевича, Б.А. Розенфельда. – М.: Гостехиздат, 1956.
29. Э. С. Кеннеди, Джемшид Гиясэддин ал-Каши, “Ключ арифметики. Трактат об окружности” (рецензия), УМН, 1961, том 16, выпуск 3(99), 249–253
<http://www.mathnet.ru/links/672bd8a53e03cf0ba69a1032fcae591b/rm6639.pdf>

30. Гияс-ад-дин Джемшид ибн Масуд аль-Каши <https://ru.wikipedia.org/wiki/Аль-Каши>
31. Джемшид аль-Каши-Jamshīd al-Kāshī https://wikichi.ru/wiki/Jamshīd_al-Kāshī
32. Фудзита Садаскэ https://wikichi.ru/wiki/Fujita_Sadasuke
33. Японские математики <http://shogi.ru/wasan/Fukagawa/index.htm#prim212>
34. Чень Давэй https://ru.wikipedia.org/wiki/Чэн_Давэй
35. Исследовательская работа по теме «Бином Ньютона. Треугольник Паскаля»
<https://nsportal.ru/ap/library/nauchno-tekhnicheskoe-tvorchestvo/2019/01/05/issledovatel'skaya-rabota-po-teme-binom>
36. Классика естествознания. Математика. Механика. Физика. Астрономия. – Государственное издательство технико- теоретической литературы. Москва- Ленинград, 1948 г. – 46 с. <https://bookree.org/reader?file=623149&pg=58>
37. Никколо Фонтана Тарталья https://wikichi.ru/wiki/Niccolò_Fontana_Tartaglia
38. Джероламо Кардано https://wikichi.ru/wiki/Gerolamo_Cardano
Opus novum, De Proportionibus numerorum, motuum, ponderum, sonorum, aliarumque rerum mensurandarum. Item de aliza regula, Хенрик Петрина, Базель, 1570 Джероламо Кардано. с. 574.
Стр. 150, 204. *(на иностранном языке)*
<https://archive.org/details/ARes45217/page/n149/mode/2up>
39. Джероламо Кардано - Gerolamo Cardano Джероламо Кардано -
https://ru.qaz.wiki/wiki/Gerolamo_Cardano
40. Петрус Апиан https://wikichi.ru/wiki/Petrus_Apianus
41. Майкл Штифель <http://www.kk.s.bw.schule.de/mathge/stifel.htm>
(на английском языке)
42. Михаэль Штифель https://wikichi.ru/wiki/Michael_Stifel
43. История понятия числа и непрерывности в математическом анализе XVII–XIX вв.: моногр. / Синкевич Г. И.; СПб. гос. архит.- строит. ун-т. – СПб., 2016. – 312 с.
https://www.spbgasu.ru/upload-files/vuz_v_licah/publish/sinkevich_gi/Math_analysis_number_conception_and_continuity.pdf
44. Джон Валлис https://ru.wikipedia.org/wiki/Валлис,_Джон
45. Sir Isaac Newton (1642 -1727)
http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Newton/RouseBall/RB_Newton.html
(на английском языке)
46. Исаак Ньютон https://ru.wikipedia.org/wiki/Ньютон,_Исаак
47. Блез Паскаль https://ru.wikipedia.org/wiki/Паскаль,_Блез
48. Треугольник Паскаля - Pascal's triangle https://wikichi.ru/wiki/Pascal%27s_triangle#History

49. Биномиальная теорема - Binomial theorem Биномиальная теорема - https://ru.qaz.wiki/wiki/Binomial_theorem
50. Треугольник Паскаля - формула, свойства и применение <https://nauka.club/matematika/treugolnik-paskalya.html>
51. Лейбниц, Готфрид Вильгельм https://ru.wikipedia.org/wiki/Лейбниц,_Готфрид_Вильгельм
52. Гармонический треугольник Лейбница - Leibniz harmonic triangle https://wikichi.ru/wiki/Leibniz_harmonic_triangle#Relation_to_Pascal's_triangle
53. ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ О ВЫДАЮЩИХСЯ МАТЕМАТИКАХ http://www.bntu.by/images/stories/fitr/Nsite/vm1/Information/2018/top_mathematicians.pdf
54. Пьер Раймон де Монморт [https://wikichi.ru/wiki/Abraham de Moivre](https://wikichi.ru/wiki/Abraham_de_Moivre)
(на французском языке) стр 2; 358
55. Пьер Раймон де Монморт [https://wikichi.ru/wiki/Pierre Raymond de Montmort](https://wikichi.ru/wiki/Pierre_Raymond_de_Montmort)
56. Montmort, Pierre Rémond (1708), Essay d'analyse sur les jeux de risk (1-е изд.), Париж : Quil-lau, p.
https://books.google.ru/books?id=DIM_AAAAcAAJ&pg=PA15&hl=ru&source=gbs_selected_pages&cad=2#v=onepage&q&f=false стр. 48 (на французском языке)
57. Абрахам де Муавр https://ru.wikipedia.org/wiki/Муавр,_Абрахам_де
58. Абрахам де Муавр Учебник по теории вероятностей «Доктрина шансов: метод вычисления вероятностей событий в игре» <https://www.ime.usp.br/~walterfm/cursos/mac5796/DoctrineOfChances.pdf>
(на английском языке)
59. Вацлав Франціск Серпінский https://ru.wikipedia.org/wiki/Серпинский,_Вацлав
60. Треугольник Серпинского https://ru.wikipedia.org/wiki/Треугольник_Серпинского
61. В. Серпинский «250 задач по элементарной теории чисел» <http://libarch.nmu.org.ua/bitstream/handle/GenofondUA/28628/02f1ef07251f3378c8504cb849590d1f.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
62. Мартин Гáрднер https://ru.wikipedia.org/wiki/Гарднер,_Мартин
63. Мартин Гарднер: http://www.arbuz.uz/u_treug.html
64. Гарднер М. Нескучная математика: Калейдоскоп головоломок. (Москва: АСТ: Астрель, 2008) – 272 с.
65. Гарднер М. «Когда ты была рыбкой, головастиком - я...» и другие размышления о всякой всячине. (When You Were a Tadpole And I Was a Fish And Other Speculations About This and That) Перевод с английского Алексея Капанадзе. (Москва: КоЛибри, 2010. - Galileo) – 357 с.
66. Мартин Гарднер. Математические новеллы – М., Мир, 1974 – 456 с.

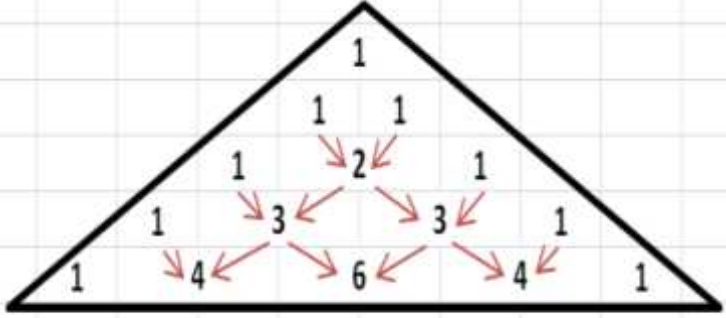
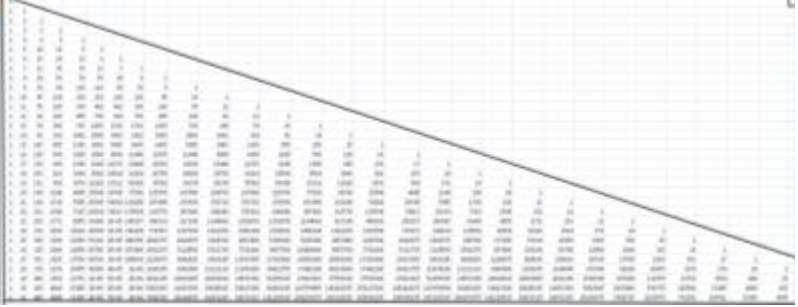
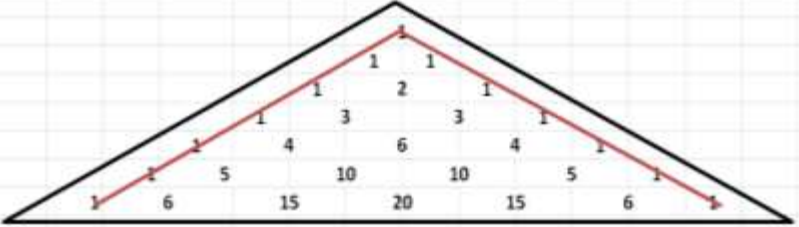
Свойства, которыми
Свойства, которыми
обладает арифметический
треугольник Паскаля

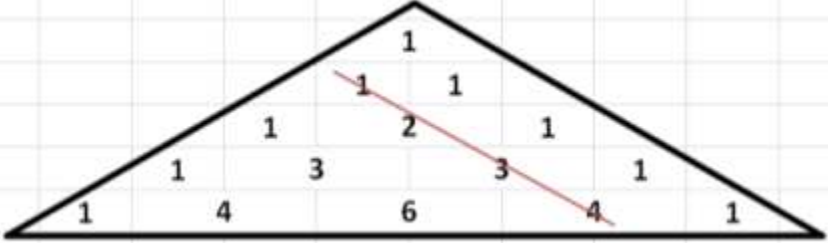
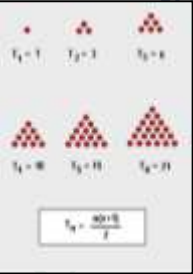
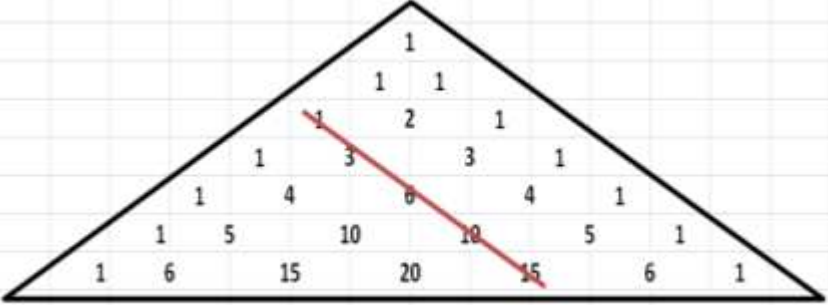
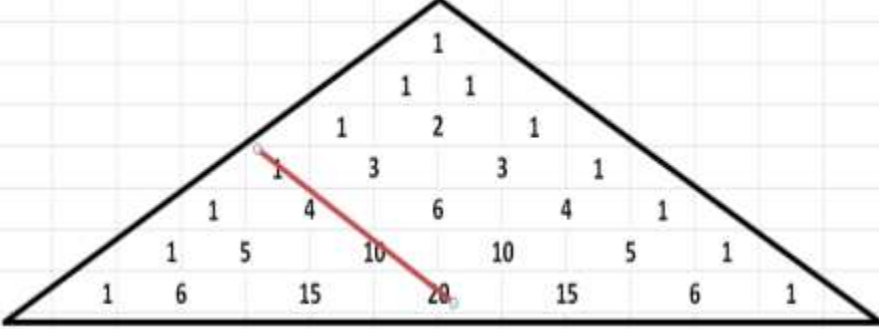
Выполнил: учащаяся 10 класса
МБОУ города Владимира "СОШ № 7
имени гвардии капитана В.А. Фёдорова"

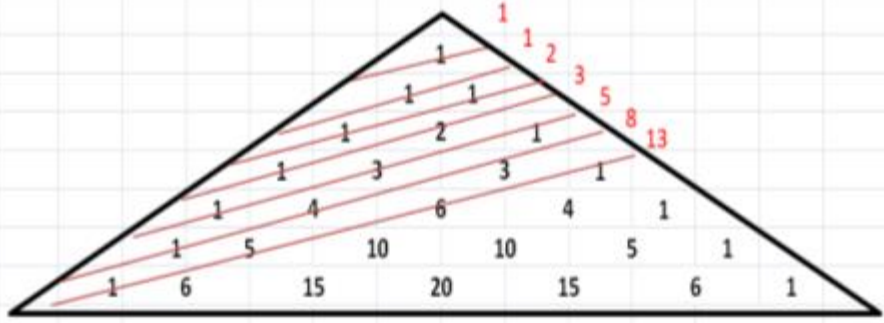
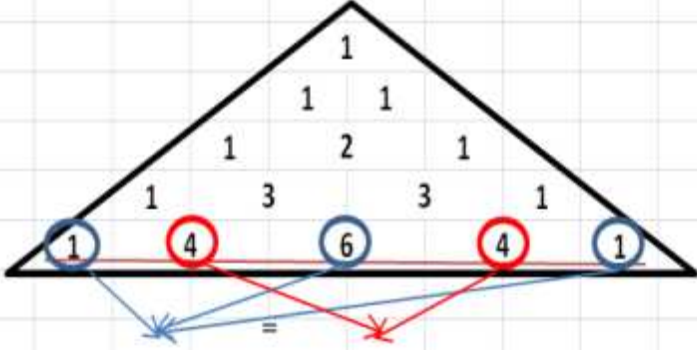
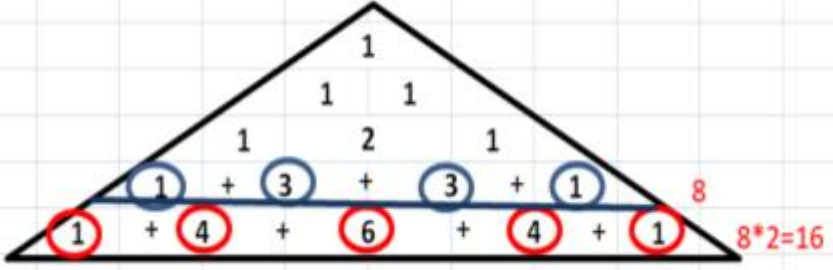
Лапина Е. А.

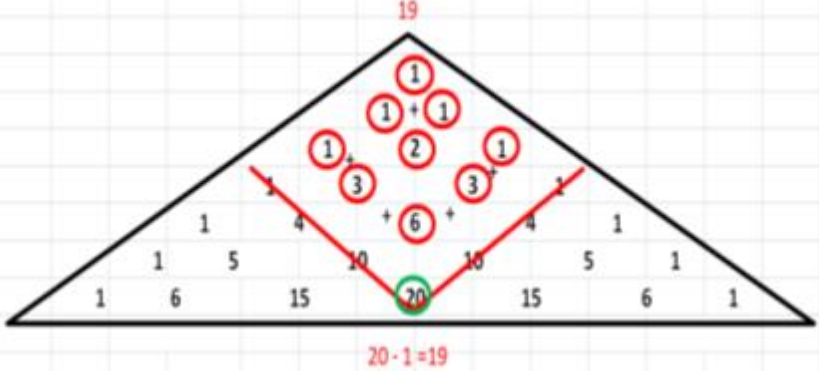
Научный руководитель: учитель математики
Грачёва В. В.

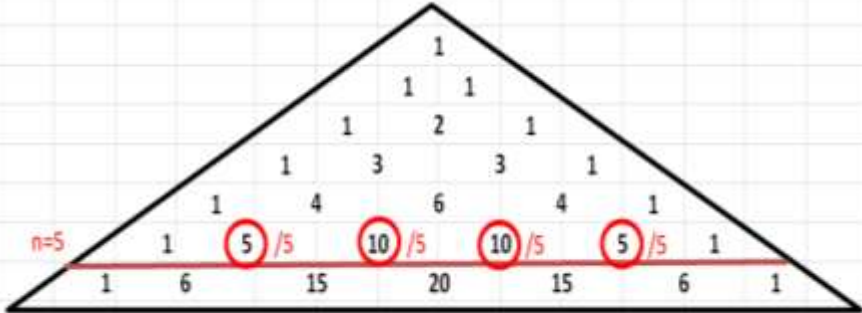

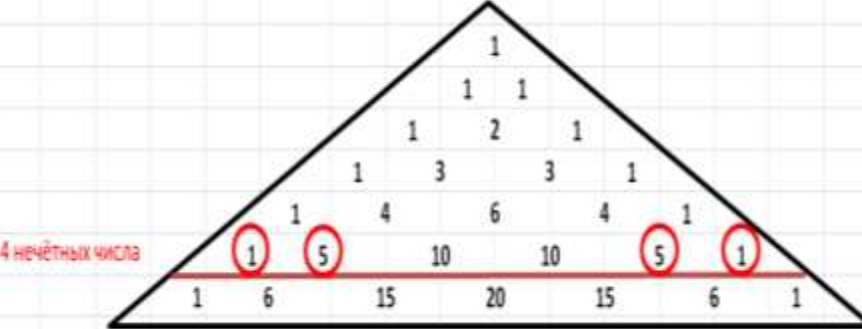
Свойства, которыми обладает арифметический треугольник Паскаля

№№ свойства	Характеристика свойства	Изображение (авторское)
1.	Каждое число треугольника Паскаля равно сумме двух расположенных над ним чисел.	
2.	Треугольник Паскаля бесконечен	
3.	<p>Внешние диагонали треугольника Паскаля состоят из единиц</p> <p>Первое и последнее числа треугольника Паскаля равны 1</p>	

<p>4.</p>	<p>Первая диагональ треугольника Паскаля – это натуральные числа, идущие по порядку.</p>	
<p>5.</p>	<p>Вдоль второй диагонали треугольника Паскаля выстроены треугольные числа. <u>Треугольное число</u> — один из типов фигурных чисел, определяемый как число точек, которые могут быть расставлены в форме правильного треугольника. Очевидно, с чисто арифметической точки зрения, n-е треугольное число — это сумма n первых натуральных чисел.</p> 	
<p>6.</p>	<p>Третья диагональ треугольника Паскаля - это тетраэдральные числа, называемые также треугольными пирамидальными числами — это фигурные числа, представляющие пирамиду, в основании которой лежит правильный треугольник. Начало последовательности тетраэдральных чисел: $1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220, 286, 364, 455, 560, 680, 816, 969, \dots$</p>	

<p>7.</p>	<p>Числа Фибоначчи - в треугольнике Паскаля. <u>Числа Фибоначчи</u> — элементы числовой последовательности — элементы числовой последовательности 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ... в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел. Сумма чисел n-й диагонали есть n-е число Фибоначчи.</p>	
<p>8.</p>	<p>В каждой строке треугольника Паскаля сумма чисел, стоящих на четных местах, равна сумме чисел, стоящих на нечетных местах.</p>	
<p>9.</p>	<p>Сумма чисел, стоящих в любой строке треугольника Паскаля, вдвое больше суммы чисел, стоящей в предыдущей строке, поскольку при построении каждой строки числа, стоящие в предыдущей, сносятся дважды.</p>	

<p>10.</p>	<p>Суммы чисел, стоящих в строках треугольника Паскаля, образуют геометрическую прогрессию с первым членом, равным 1, и знаменателем 2: 1, 2, 4, 8, ... (Сумма чисел первой (самой верхней) строки равна 1).</p>	 <p>A Pascal's triangle with 4 rows. The numbers in each row are summed and the result is written to the right of the row. The sums are 1, 2, 4, and 8, which are powers of 2. The numbers in each row are also circled in different colors: purple (1), green (1, 1), yellow (1, 2, 1), and blue (1, 3, 3, 1). The sum of the bottom row is 16.</p>
<p>11.</p>	<p>Каждое число в треугольнике Паскаля, будучи уменьшенным на единицу, равно сумме всех чисел, заполняющих пространство, ограниченное теми диагоналями, на пересечении которых стоит это число.</p>	 <p>A Pascal's triangle with 5 rows. A diamond-shaped region is highlighted with red circles and lines. The top vertex is 1, the bottom vertex is 20. The numbers inside the diamond are 1, 1, 1, 2, 1, 3, 6, 3, 1. The sum of these numbers is 19. Below the triangle, the calculation $20 - 1 = 19$ is shown.</p>
<p>12.</p>	<p>Каждое число треугольника Паскаля равно сумме предыдущей диагонали, стоящей над этим числом.</p>	 <p>A Pascal's triangle with 5 rows. A diagonal of numbers is highlighted with a red line and circles: 1, 2, 3, 6, 15. The number 15 is circled in red.</p>

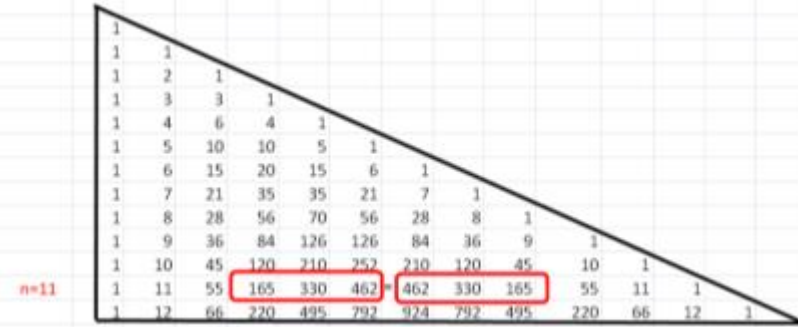
<p>13.</p> <p>Все числа в n-ой строке треугольника Паскаля, кроме единиц, делятся на число n, если и только если n является простым числом (следствие теоремы Люка)</p> <p>Если номер строки треугольника Паскаля – простое число, то все числа этой строки, кроме 1, делятся на это число.</p>		
<p>14.</p> <p>Числа, стоящие на горизонтальных строках треугольника Паскаля - это биномиальные коэффициенты, то есть коэффициенты разложения $(a + b)^n$ по степеням n</p>		
<p>15.</p> <p>Каждая строка треугольника Паскаля содержит чётное количество нечётных чисел</p>		

<p>16.</p>	<p>Числа треугольника Паскаля симметричны относительно вертикальной оси, проходящей через его вершину</p> <p>Числа, равноудалённые от концов любой строки треугольника Паскаля равны между собой</p>	
<p>17.</p>	<p>Если вычесть из центрального числа в строке треугольника Паскаля с чётным номером соседнее число из той же строки, то получится число Каталана.</p> <p><u>Числа Каталана</u> — числовая последовательность. 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, ...</p>	
<p>18.</p>	<p>Сумма чисел n-ой строки треугольника Паскаля равно 2^n</p>	

<p>19.</p>	<p>Простые делители чисел треугольника Паскаля образуют симметричные самоподобные структуры</p>	
<p>20.</p>	<p>Третье число каждой строки треугольника Паскаля равно сумме номеров строк, ей предшествующих</p>	

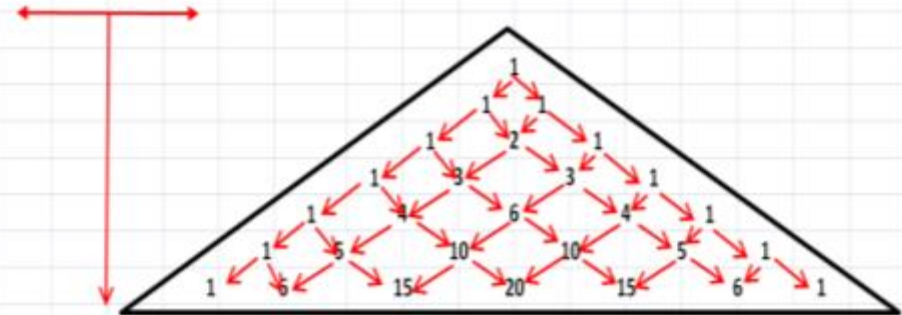
22.

Если в строке треугольника Паскаля с нечётным номером сложить все числа с порядковыми номерами вида $3n$, $3n+1$, $3n+2$, то первые две суммы будут равны, а третья на 1 меньше.



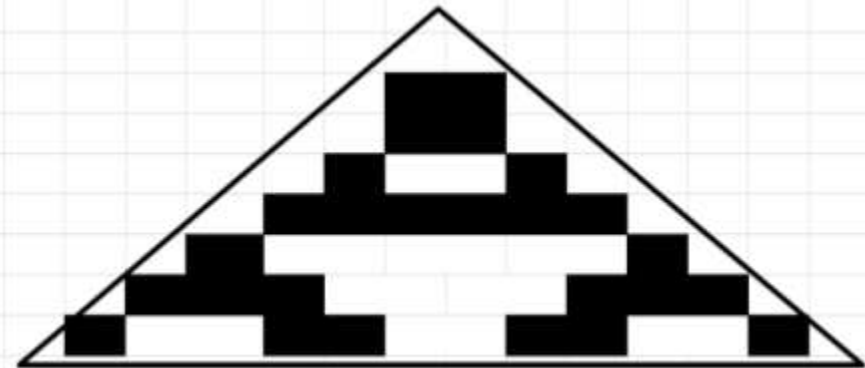
23.

Каждое число в треугольнике Паскаля равно количеству способов добраться до него из вершины, перемещаясь либо вправо - вниз, либо влево - вниз



24.

Если все нечётные числа в треугольнике Паскаля закрасить в чёрный цвет, а чётные – в белый цвет, то треугольник разобьётся на более мелкие треугольники (образуя треугольник Серпинского)



Источники

1. Треугольное число. https://ru.wikipedia.org/wiki/Треугольное_число
2. Тетраэдральное число https://ru.wikipedia.org/wiki/Тетраэдральное_число
3. Числа Фибоначчи https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа_Фибоначчи
4. Числа Каталана https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа_Каталана
5. Математика гармонии: инновации в информационных технологиях, в основаниях математики, в образовании Абачиев Сергей Константинович S. K. Abachiev. 72 с. <https://naukovedenie.ru/PDF/35myn412.pdf>
6. Абачиев С. К. Радужная фрактальность треугольника Паскаля
7. Мартин Гарднер. Глава 17. Неисчерпаемое очарование треугольника Паскаля // Математические новеллы. — М.: Мир, 1974. — 456 с.
8. Треугольник Паскаля. В. А. Успенский. - 2 - е изд. — М.: Наука, 1979. — 48с.
9. Удивительный треугольник великого француза // Hard'n'Soft № 10 2003
10. Фукс Д., Фукс М. Арифметика биномиальных коэффициентов // *Квант*. — 1970. — № 6. — С. 17-25.
11. Энциклопедия для детей. Т 11. Математика / Глав. ред. М. Аксенова; метод. и отв. ред. В. Володин. — М.: Аванта+, 2004. — 688с.
12. Weisstein, Eric W. Pascal's Triangle (англ.) на сайте Wolfram MathWorld.